## 第一章 数学建模概述

教学内容	第一节 数学模型与数学建模
	第二节 数学建模的发展状况
	第三节 数学建模的一般过程或步骤
教学目标	知识目标:
	理解数学模型与数学建模的概念;了解数学建模课程与数学建模
	竞赛的发展历程;掌握数学建模的一般步骤。
	<b>能力目标:</b> 通过实例演示、问题驱动等方式激发学生学习的积极
	性,通过观察对比、学生交流、师生交流、小组探究等多种形式, 培养
	学生的逻辑思维能力、分析判断能力、和解决问题能力。
	素质目标:
	培养学生敢于质疑、善于分析、勇于创新的精神;培养学生的自
	主学习意识和团队协作精神;培养学生脚踏实地、不畏艰辛、锲
	而不舍的精神。
授课学时	2 学时
教学重点	数学模型与数学建模的概念。
教学难点	数学建模的一般步骤。
教学方法	采用问题驱动法、案例演示法、启发式讲授法及自主学习法相结
	合,以教师的讲解为主,学生的课堂报告、分组讨论为辅,充分
	调动学生学习的主动性和思考问题的积极性。
教学手段	以课堂讲授为主,主要是多媒体课件和板书相结合的形式。同时
	借助在线资源,如慕课、雨课堂等平台。
教学过程	(一)通过回顾"航海问题",以及分析唐诗、宋词、元曲等的
	结构,进行课堂引入(约 15 分钟)
	【教师活动】回顾"航海问题": 甲乙两地相距 750 千米, 船从甲
	到乙顺水航行需 30 小时,从乙到甲逆水航行需 50 小时,求船的速
	度是多少?

语言的不同结构产生不同的文学信息。同样的语言,"清明时节雨纷纷,路上行人欲断魂,借问酒家何处有,牧童遥指杏花村",当以不同的结构出现时会有不同的意境。

【学生活动】自由讨论结构的重要性。

【设计意图】由学生熟悉的内容引入新课,有利于引发学生的认知热情,提高探究新知的兴趣。

(二)采用问题驱动的方法,在引入的基础上,给出数学模型和数学建模的概念。(约 15 分钟)

【教师活动】通过总结与分析课堂引入的内容,给出数学模型和数学建模两个概念。

知识点 1:数学模型(Mathematical Model)通常是指对于现实世界中的一个特定对象,为了某一特殊目的,根据其特有的内在规律和外部条件,进行一些必要的、合理的简化假设,运用适当的数学方法和工具得到的一个数学结构。

知识点 2:数学建模(Mathematical Modeling)是指构建所研究的数学模型并进行求解,然后将求解结果应用于实际问题的全过程。具体来说,就是针对某种研究对象和研究目的,依据其内在规律,进行抽象简化和合理假设,确立某种数学结构,建立数学模型,选择适当的数学方法和工具对数学模型进行求解,然后根据求解结果去分析实际问题,以供人们作为预测、决策和控制的科学依据。

【学生活动】听讲,有问题可提问。

(三)采用讲授法·结合我校在数学建模课程建设与竞赛等方面 取得的成绩·介绍数学建模课程与竞赛的发展过程。(约 10 分 钟)

数学建模是在 20 世纪 70 年代由西方欧美国家大学率先开设的, 我国是在 80 年代初将数学建模引入课堂。经过 30 多年的发展, 教育部已将数学建模课程列为数学类专业的必修课程,并作为选修 课程鼓励高校面向理工科大学生开设。 大学生数学建模竞赛最早是 1985 年在美国出现的,1989 年在几位从事数学建模教育的教师的组织和推动下,我国几所大学的学生开始参加美国的竞赛 1992 年由中国工业与应用数学学会组织举办了我国 10 城市的大学生数学建模联赛,共有 74 所院校的314 队参加,1994 年起由教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主办全国大学生数学建模竞赛,每年一届,是首批列入"高校学科竞赛排行榜"的19 项竞赛之一。目前全国大学生数学建模竞赛是全国高校规模最大的课外科技活动之一。本竞赛每年 9 月中旬的第二个周末举行,竞赛面向全国大专院校的学生,不分专业(但竞赛分本科、专科两组,本科组竞赛所有大学生均可参加,专科组竞赛只有专科生(包括高职、高专生)可以参加)。

# (四)采用案例演示法、问题驱动法,通过对若干个与生活息息相关的案例的分析,引出建立数学模型的一般步骤(40分钟)

【教师活动】讲解生活中常见的数学建模案例,利用雨课堂等手段进行投票,了解学生的直观想法,鼓励学生积极参与到案例求解过程中来,提出自己的想法,初步归纳出建模步骤,最后老师总结步骤。案例 1:包水饺问题。

通常,1 公斤面和 1 公斤水饺馅可以包 100 个水饺。如果 1 公斤面不变,馅比 1 公斤多了一些,问应多包几个小一些的水饺,还是少包几个大一些的水饺?

案例 2: 椅子能否在不平的地面上放稳?

椅子放在不平的地面上,通常会有三只脚着地,当适当移动椅子的位置时,可以使得四只脚都着地,该现象如何从数学上进 行解释。

案例 3: 哥尼斯堡七桥问题。

18 世纪,哥尼斯堡城的普雷格尔河上,有 7 座桥把河的两岸和河中的岛连接了起来,如下图所示。



能否从这四块陆地中的任何一块开始,通过每一座桥正好一次, 再回到出发点?

知识点 3: 数学建模的一般步骤。

建立数学模型的方法和步骤并没有一定的模式,但通常可以分为以下几个步骤:

- ① 模型准备。了解问题的实际背景,明确建模的目的,搜集相关信息,掌握研究对象的特征,形成一个比较清晰的问题。
- 2) 模型假设。针对问题的特点和建模目的,做出合理的、简化的假设。模型假设一般遵循两个原则,一、简化原则:抓住主要矛盾,舍弃次要因素,方便数学处理和模型建立;二、贴近原则:贴近实际,要贴合问题的实际。
- ③ 模型建立。根据模型假设和问题涉及的因素,引入相关数学符号和记号,用数学语言表述其元素和元素之间的关系,形成数学关系表达式,抽象出包含变量、常量等的数学模型,如优化模型、微分方程模型、差分方程模型、图论模型等等。
- ④ 模型求解。对抽象出的数学模型,综合利用数学解析方法、数值算法、数学软件和计算机编程等技巧,求出模型的解。
- 5) 模型分析。模型分析主要包括模型的可靠性、参数的稳定性或灵敏性、结果的合理性和可操作性、假设的强健性等。
- 6) 模型检验。把模型求解和分析的结果翻译回到现实问题, 并用实际的现象、数据与之比较,检验模型的合理性和适用性。
- 7) 模型应用。把模型求解结果应用到实际问题,给出问题的解 决方案,根据实际问题的建模目的,提出相应的对称或建议等。

【学生活动】分别对上述三个案例进行讨论,并主动发言,阐述 自己对问题的理解 【设计意图】从学生通常有切身体会的实际问题出发,更能提高学生的学习兴趣,在问题解决后也能得到更多的收获感。

### (五)课程思政(5分钟)

介绍魏晋时期的数学家刘徽的"割圆术",利用数学建模的思想,成功的得到了当时世界上圆周率计算的最精确的数据;当代数学家、全国大学生数学建模竞赛组委会主任、中科院院士李大潜的工作,对各种电阻率测井方法建立了用等值面边值问题表示的统一的数学模型。依据这一研究成果制作的微球形聚焦测井仪器已成功地在大庆等十多个油田推广使用,取得了良好的地质效果和显著的经济效益。通过介绍中国古代和当代数学家的事迹,让学生意识到数学建模在沟通现实世界和数学世界之间的不可或缺的桥梁作用,了解中国数学家对数学发展的贡献,培养学生的民族自豪感。

#### (六)课堂总结(5分钟)

总结本次课的教学内容:

1( : 数学模型与数学建模的定义;

2( : 数学建模的发展进程;

3( : 数学建模的步骤。

#### 课后作业

学生课下寻找生活中跟数学模型有关的小案例, 进行分析。