

力学类专业教学指导委员会

# 荣誉证书

CERTIFICATE OF HONOR

曲淑英 老师：

材料力学：透过材料破坏现象，  
您的课程思政案例 探讨强度理论本质

参加第三届“全国高等学校力学类专业课程思政案例展示  
活动”，经专家评议，被遴选为 A类 优秀课程思政案例。

特发此证，以资鼓励！

2018-2022年教育部  
高等学校力学类专业教学指导委员会  
北京理工大学（代章）  
2023年12月12日

NO. 20230A25

# 材料力学——透过材料破坏现象，探讨强度理论本质

烟台大学 曲淑英

## 摘要

强度理论是材料力学教学中的重点和难点。自 17 世纪以来，国内外学者对此进行了长时间的系列研究，根据材料的破坏机理和应力状态，建立了不同的强度准则，但学生对构件危险点处的主应力、主方位客观存在及准确判断、材料的机械性能与强度理论之间的内在联系，以及从能量原理与唯象处理方法导出的强度理论，很难理解。本案例结合材料力学应力状态及强度理论的教学难点，借助数字化教学技术，从教学内容、教学方式、教学组织上深入挖掘其中蕴藏的思政育人元素，总结凝练形成了四个教育主题，从理论、方法、能力、工程等四个基本途径上，实现教学的四个目标，并在同类高校推广示范。

### 教学方案：

学习理论会分析→最基本的概念→现实需要的迫切性→会分析而强自信  
探究方法追前贤→最简单的模型→承前启后的时代性→学前贤而催奋进  
虚实结合提能力→最根本的途径→知行合一的必然性→强技能而知报国  
强化设计通工程→最核心的意识→勤思善悟的自觉性→识工程而求卓越

### 教学实施如下：

#### 一、学习理论会分析

**知识点 1：**掌握一点应力状态的基本概念，理解一点应力状态的分析在构件强度计算中的重要作用。重点掌握主应力、主方向、主剪应力、主剪平面方位及任意给定方位截面上应力数值的计算方法。难点是对构件危险点处的主应力、主方位客观存在的理解。

#### 课前线上讨论

##### 问题思考：

寒假放假时，要求暖气管道里的水放空，否则水管会发生爆裂如图，为什么是这种破坏形式？

课堂上总结并引出问题：材料的破坏形式不仅与材料本身性质有关，也与应力状态有关。

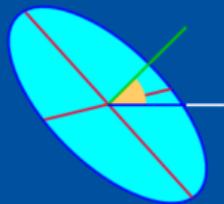
## 背景材料



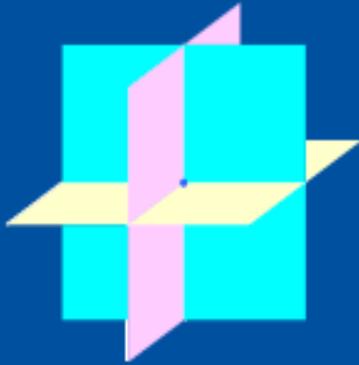
在杆件的各个横截面中，考察哪一个横截面？

在指定的某个横截面中，考察哪一个点？

在指定的某个点上，考察哪一个方位微元面上的应力？



## 1. 单元体 ( element )



应力矢量不仅与所考虑的点的位置有关，而且与过该点微元面的方位有关。

过某点所有微元面上应力矢量的集合称为该点处的**应力状态**。

如何掌控某个指定点的应力状态？

只考虑相互垂直的微元面。

将该点“扩大”为一个**单元体**。

### 1.1 最基本的概念

重点说明应力状态分析中的单元体概念与以往所理解的“微元”有何异同？**如何理解应力单元体是没有长度和高度的？**

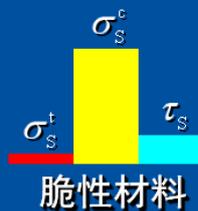
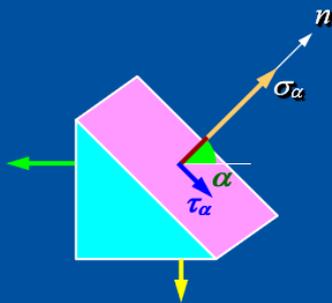
单元体是没有体积的，是由一个点进行的“假想扩大”，单元体相平行的两个面实际上是一个断开的内部相互作用的两个面，这两个面的位置增量为零。**这是科学研究中常用的一种方法，即提炼关键特征后为了形象且方便的表达而建立的假想模型，是一种抓住主要矛盾解决、处理复杂现实问题、工程实际的科学表示方法。**

## 正应力的极值

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

### 为什么要研究最大正应力?

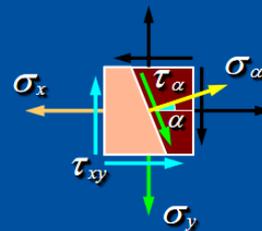
以前所计算的在杆件横截面上的某处的正应力不一定是真正的最大正应力。



## 斜截面应力公式

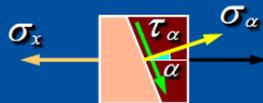
$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$



### 分析与讨论

下图应力状态斜截面正应力和切应力。



$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos 2\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha$$

公式推导后的互动，请同学考虑

同一点的应力状态可以有无穷多种表达形式，在无穷多组表达形式当中，有没有一种简单的、但又能反映一点应力状态本质的表达式呢？

显然，用不同的应力坐标观察同一斜截面上的应力是不同的，但应力是客观存在的，是不以人的意志为转移的，不会因为采用的坐标不同而发生改变。

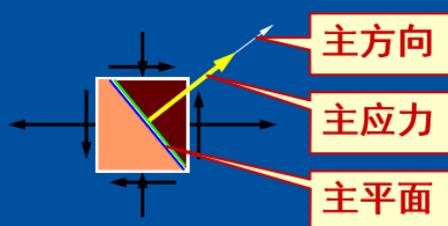
同样，人们对客观世界的研究中，难免要带着自己的看法，带着自己的坐标系，由于采用不同坐标系，观测到的数值是不一样的，但是若两个坐标系是确定的，就可以把结论从一个坐标系推广到另一个坐标系上，也就说明这个工作是客观的。今天我们引于数学的张量，张量的意义就是保证应力客观性的必要条件，找到的这个不变的特征值，显然主应力的数学本质就是其特征值。

## 主应力与主平面

正应力的极值称为 **主应力** (principal stress)。

使正应力取极值的微元面称为 **主平面** (principal plane)。

主平面的法线方向称为 **主方向** (principal direction)。



### 分析和讨论

主平面上的切应力等于零；  
主平面上的正应力取极值；  
正应力取极值切应力为零。

进一步的启发学生：

以上分析应力状态的方法，也适用于我们日常看待事物或思考问题的角度，有时称为眼光、眼界，更换视角就是更换参照系统，进行换位思维。把问题放在一个更大的或新的参照系中进行思考。这个参照系可以是世界观，也可以是理论框架；可以是价值观、人生观，也可以是方法论；可以是社会规范，也可以是行为模式。

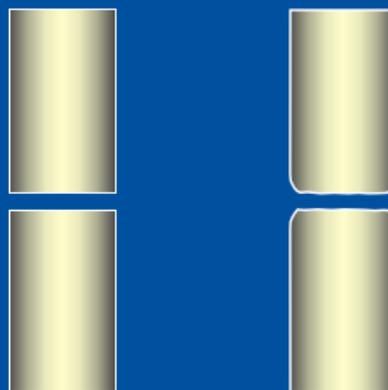
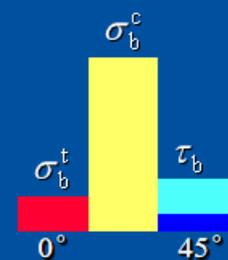
通常所说的创新思维就是一种多视角、开放的、搜索空间很大的发散思维。它鼓励我们要养成从多种不同角度研究同一问题、观察同一现象、思考同一对象，从而取得新发现、新创意。

由此，应力状态理论给阐述材料破坏的强度理论打下了坚实的理论基础。

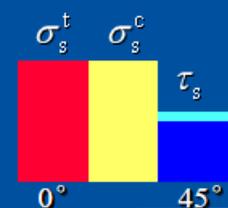
## 1.2 现实需要的迫切性—分析典型材料破坏现象，奠定强度理论建立基础

### 轴向拉伸

#### 脆性材料



#### 塑性材料



抗拉强度不足引起的破坏

### 铸铁拉伸实验试件断口

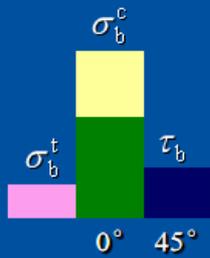


### 低碳钢拉伸实验试件断口



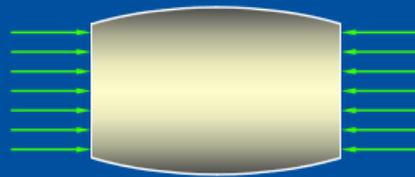
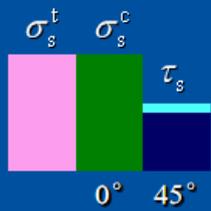
## 轴向压缩

### 脆性材料



抗剪强度不足引起的破坏

### 塑性材料



抗压强度不足引起的破坏

## 压缩实验试件



压缩前铸铁试件



压缩后铸铁试件



压缩前低碳钢试件



压缩后低碳钢试件

## 铸铁扭转实验试件断口

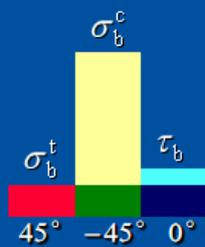


## 低碳钢扭转实验试件断口



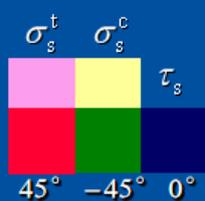
## 圆轴扭转

### 脆性材料



抗拉强度不足引起的破坏

### 塑性材料



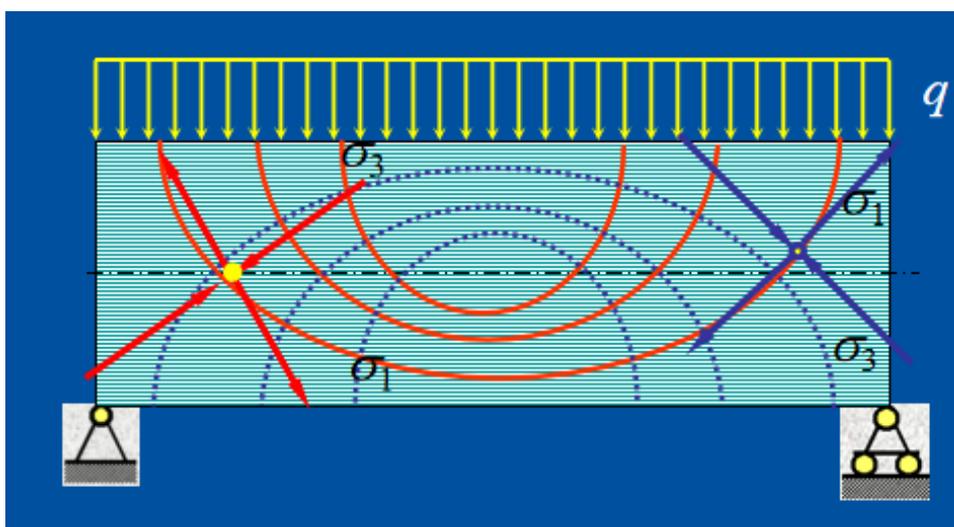
抗剪强度不足引起的破坏

头脑风暴：加强互动，用案例、动画形象加深学生对概念的理解、应用。

- (1) 材料的破坏与应力状态之间的关系？
- (2) 不同性质的材料（塑性材料、脆性材料）在相同外力作用下的破坏形式为什么不同？

(3) 不同性质的材料的机械性能（屈服滑移线、颈缩、断口等）与应力状态、抗力性能的关系？

### 1.3 会分析而强自信



线上线下结合，请思考并完成钢筋混凝土梁中主应力迹线及钢筋的走向？

总结：钢筋混凝土是一种典型的复合材料，钢筋与混凝土有机结合，有效解决了混凝土抗拉强度低的问题，对于没有工程经验的同学来说，想要给混凝土梁配筋也是个新课题。但任何工程实际的分析、设计都需要有理论支撑，理论分析是同学们的重要手段。

主应力迹线是一种反映各点主应力方向的曲线族，对于较为宏大的曲线族，学生可能对其有畏难情绪。不妨引用习总书记推荐的一句话：“**手里攥着千头万绪，但是一个针眼一次只能穿过一条线**”，我们先从一个固定截面分析，

计算某几个点的主应力方向，再推进一个截面，计算某几个点的主应力方向，依次类推完成编程，将复杂、重复性的工作交给计算机，形成主应力迹线，完成混凝土梁配筋计算，达到会分析而强自信。

## 二、探究方法追前贤

知识点 2：了解强度理论的基本概念，掌握四种常用强度理论的内容及应用条件，会应用经典的强度理论进行组合变形的强度计算。难点是学生对材料的机械性能与强度理论之间的内在联系不能深刻地理解，特别是从能量原理和唯象处理方法导出的强度理论不能掌握。

线上预习并回答：(1) 既有正应力又有剪应力，如何考察它的强度？

(2) 主应力状态，又如何考察它的强度？

(3) 工程中的各种复杂问题又如何建立它的强度准则？

## 2. 强度理论 (strength criterion) 的概念

考虑应力状态的危险性及其可比性



如何比较这两个应力状态？

主应力

又如何比较这两个主应力状态？

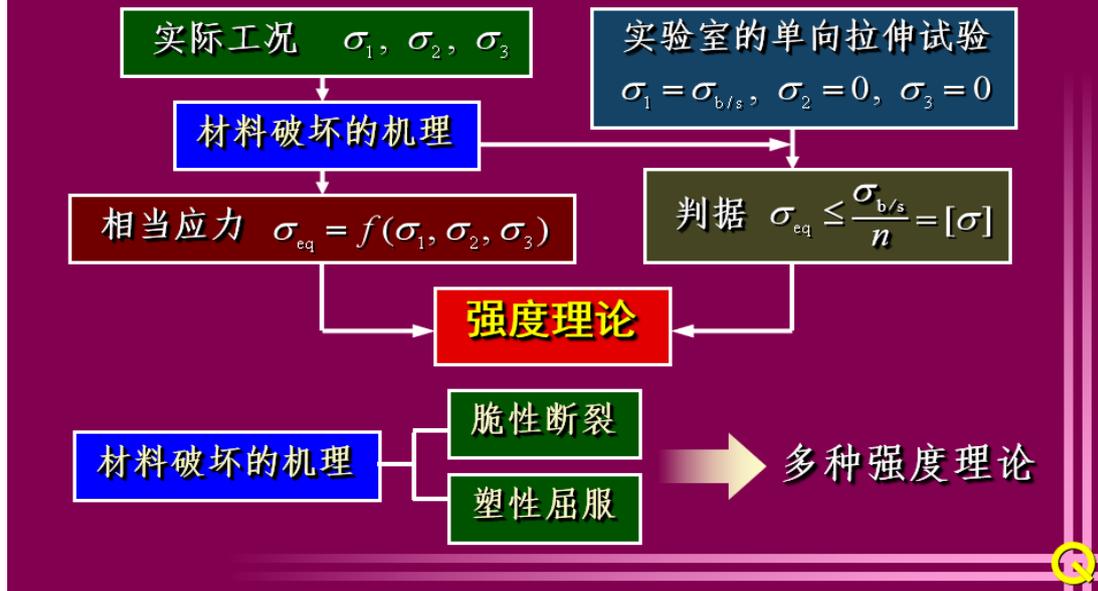
比较主应力的组合计算

如何对主应力进行计算组合？

材料的破坏机理

启发：先构造一个应力状态的数学函数。

## 2. 强度理论 (strength criterion) 的概念



对于工程中的复杂应力状态，我们可以分析得到其主应力状态，要建立它的强度准则，判断构件的失效，通过实验穷举无穷多组组合，即重现实际结构是不可能的，完成三向应力状态实验，技术上就很困难。

这个问题牵扯到危险点的应力状态的复杂性与多样性，实验的困难及复杂性。因此无法通过实验建立其强度准则。

但同样的材料其破坏的机理是一样的，我们先构造一个应力状态的数性函数。强度理论就是把三维单元体的应力状态，用数字理论即一个数性函数一元化，以便于与一维单向应力的实验结果相沟通。

同样我们的四维人生空间（数字空间）也要用一元理论简化，便于修心养性，实践“自天子以至于庶人，壹是皆以修身为本”。

### 2.1 最简单的模型

## 第一强度理论 最大拉应力理论

(Maximum Tensile-Stress Criterion, Galileo 1638年提出)

破坏的原因是第一主应力超过许用应力。



$\sigma_1$	$\sigma_b \rightarrow \frac{\sigma_b}{n} = [\sigma]$
------------	--

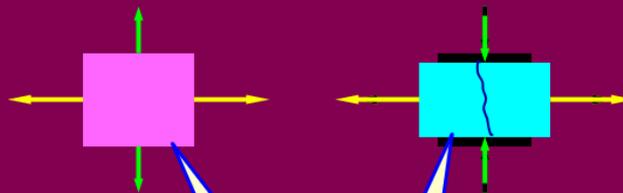
第一强度理论相当应力

$$\sigma_{eq1} = \sigma_1 \leq [\sigma]$$



## 第二强度理论 最大伸长线应变理论

1682年，由Mariote提出。



两者第一主应力相等，第一主应变不等

$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$	$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E} \rightarrow \frac{\sigma_b}{nE} = \frac{[\sigma]}{E}$
---	---

第二强度理论相当应力

$$\sigma_{eq2} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$$

第一、第二强度准则属于脆性断裂强度理论。



### 第三强度理论 最大切应力理论

1773年, Coulomb提出假设, 1868年 Tresca完善。  
认为破坏的原因是最大切应力超过许用切应力。



$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad \tau_s = \frac{1}{2} \sigma_s \rightarrow \frac{\sigma_s}{2n} = \frac{[\sigma]}{2}$$

**第三强度理论相当应力**  $\sigma_{\text{eq3}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$

第三强度理论相当应力又称 Tresca 应力。

### 第四强度理论 畸变能密度理论

1856年 Maxwell提出, 在他的书信出版后才知道

1904年 Huber 提出该理论的种子

1913年 Mises提出, 但不相信是正确的

1925年 Hencky以能量观点解释与论证

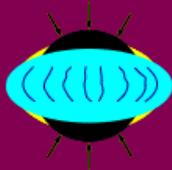
认为破坏的原因是形状改变比能超过许用值。

## 第四强度理论 畸变能密度理论



$$u_e^D = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$u_e^D = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_s^2 \rightarrow \frac{1+\nu}{3E} \left( \frac{\sigma_s}{n} \right)^2 = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma]^2$$



### 第四强度理论相当应力

$$\sigma_{eq4} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]$$

第四强度准则相当应力又称 von Mises 应力。

第三、第四强度准则属于塑性屈服强度理论。



### 2.2 承前启后的时代性

四个强度经典理论的提出跨越三个多世纪，凝聚大师的心血与智慧。从第一强度理论（意大利科学家 Galileo 1638 年提出），第二强度理论（法国科学家 E. Mariote 1682 年提出），第三强度理论（1773 年法国科学家库伦 C. A. Coulomb 提出，1868 年 Tresca 完善），到第四强度理论（1856 年 Maxwell 首次在书信中提出，1904 年 Huber 从总应变能理论改进而提出，1913 年 Mises 提出，1925 年 Hencky 以能量观点解释与论证）。新中国成立后，西安交通大学俞茂宏教授在 1961 年到 1991 年间得到了各向同性材料在复杂应力状态下屈服和破坏规律，建立了一种统一强度理论。

强度理论具有承前启后的时代性，进一步引领学生站在力学史、方法论、学科发展观的角度，站在巨人的肩膀上，探讨如何建立与验证复杂应力状态下的强度准则？这个问题牵扯到危险点的应力、状态的复杂性与多样性，材料的多样性，实验的困难及复杂性。但是新时代的大学生应该怎样学前贤而催奋进？

### 2.3 学前贤而催奋进

通过梳理概念、理论生成的过程与背景，建立与大师对话的思维，夯实理论基础，拓宽理论视野，撞击理论思维，提升理论境界。不仅让学生领会到

前人给予我们的知识体系，更体会到一种创新的思维方式，结合俞茂宏教授在强度理论方面的成就和高尚品德，弘扬民族自豪感，培养文化自信心，树立中国榜样。达到“**学前贤而催奋进**”的思政育人效果。

新时代我们拥有国家级实验教学示范中心的平台支持，有现代化的数字技术手段，面对新技术、新材料的挑战，不可能存在大一统的万能强度理论，这需要我们不断地探索、创新，提高解决复杂问题的兴趣和能力。**实现勤练实操提能力，达到知行合一，强技能而知报国。**

**三、虚实结合提能力**（线上虚拟仿真资源在教育部网站有4个层次的展示并带有单位印记，考虑到匿名评审需要，这里仅提供层层递进的工程案例资源）

知识点3：掌握平面应力状态的测定方法和数据处理方法，难点是平面应力状态的测定中的应力应变关系，如何应用广义胡克定律来解决工程测试中的复杂问题。

实施策略：结合研发的虚拟仿真项目，教学中设计“**时空穿梭**”实验环节，启发学生与力学大师“**对话**”，站在古人的背景思索，既调动了气氛，又增强学生的探索积极性，达到了弘扬和传播优秀传统文化，**勤思善悟、知行合一、追求卓越**的目的。

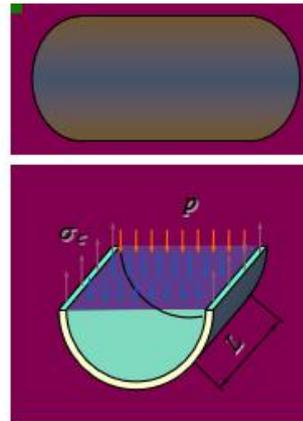
#### 四、强化设计通工程（案例教学拓展）

##### 4.1 承受内压的薄壁圆筒的应力分析



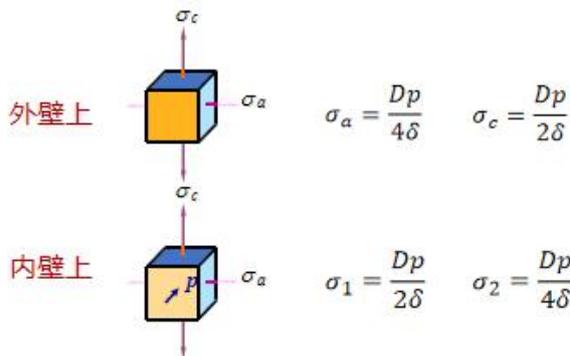
**轴向应力**  $\frac{\pi D^2}{4} \cdot p = \pi D \delta \cdot \sigma_a \quad \sigma_a = \frac{Dp}{4\delta}$

**周向应力**  $LD \cdot p = 2L\delta \cdot \sigma_c \quad \sigma_c = \frac{Dp}{2\delta}$



承受内压的薄壁圆柱内、外侧面上各点的应力等于多少？

#### 4.2 生活中案例拓展——身边力学现象解析、实验



承受内压的薄壁圆球侧面上各点的第三个主应力等于多少？

吹牛能吹破牛皮吗？有道理吗？



某种碳酸饮料易拉罐的半径与厚度之比为 200 : 1, 材料的  $E = 30 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.35$ , 沿轴向的应变片在拉开罐时读数变化了  $8 \mu\epsilon$ , 罐的初始内外压差为多大？

**轴向应力**  $\sigma_a = \frac{Dp}{4\delta}$       **周向应力**  $\sigma_c = \frac{Dp}{2\delta}$

**轴向应变**  $\epsilon_a = \frac{1}{E}(\sigma_a - \nu\sigma_c) = \frac{p}{E} \left( \frac{R}{\delta} \right) \left( \frac{1}{2} - \nu \right)$

**内外压差**  $p = \frac{2E\epsilon_a}{1 - 2\nu} \left( \frac{\delta}{R} \right) = 0.008 \text{ MPa}$



应变片的读数是正值还是负值？

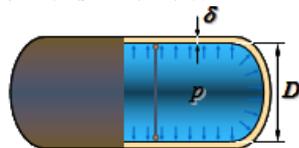
应变片的方向贴歪了一点，应变片的读数绝对值将会增大还是减小？

要使应变片的读数绝对值最大，应变片应沿着什么方向粘贴？

要使误差最少，应变片应沿着什么方向粘贴？

结论：由于轴向和周向应力远大于内壁压强，因此可将第三主应力视为0。第一主应力为周向应力，第二主应力为轴向应力。这说明压力容器的破碎一般沿轴向裂缝展开。因此，工程中常用高分子纤维材料沿着周向缠绕包裹压力容器对其进行加固，其原理就是限制周向应力引起的变形。

思考：图示薄壁圆筒用金属丝加固的力学模型分析（注意金属丝的直径与壁厚关系，力学模型如何建立？）

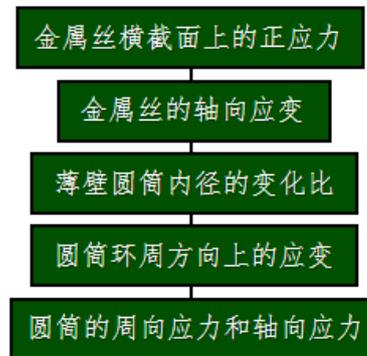


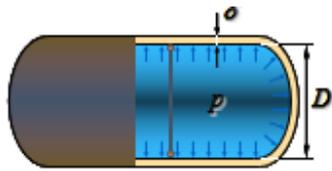
$D = 1.5 \text{ m}$     $\delta = 20 \text{ mm}$     $E = 200 \text{ GPa}$   
 $\nu = 0.25$     $p = 2 \text{ MPa}$   
 $d_0 = 1 \text{ mm}$     $E_0 = 91.5 \text{ GPa}$

已知薄壁圆筒内径  $D$  和壁厚  $\delta$ ，材料常数  $E$  和  $\nu$ 。

为了测量，在未加压时在横截面沿直径安装了一条金属细丝并拉直，其材料常数  $E_0$  和直径  $d_0$  为已知。

细丝安装后圆筒承受内压  $p$ 。求金属丝横截面上由于加压而增加的应力  $\sigma_0$ 。





$$D = 1.5 \text{ m} \quad \delta = 20 \text{ mm} \quad E = 200 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.25 \quad p = 2 \text{ MPa}$$

$$d_0 = 1 \text{ mm} \quad E_0 = 91.5 \text{ GPa}$$

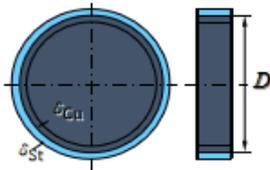
### 分析与讨论

$$\sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 = \frac{DpE_0}{4E\delta} (2 - \nu)$$

上述计算结果与金属细丝的直径有关吗？

将细丝换为  $d_0 = 30 \text{ mm}$ ，且材料与圆筒相同的杆件，上面所采用的计算方法仍然有效吗？为什么？

在处理实际问题中，本题的方法能给你什么启示？



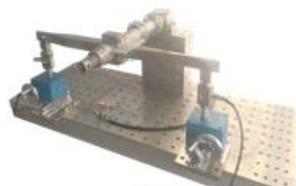
如图的钢环与铜环在直径  $D$  处密合但无应力。两环的厚度为已知，而且都远小于  $D$ 。两种材料的热膨胀系数和弹性模量已知。当温度升高  $T$  时，两环中的周向应力各为多大？

**两环的热膨胀系数不同，两者变形是怎样的？**

**铜环承受怎样的压力？**

## 4.3 勤思善悟——自己动手研发设备验证——知行合一

### 带分段内压的弯扭组合实验



双臂型



单臂型

- 1、弯扭组合主应力测试；
- 2、等强度梁应力分布测试；
- 3、分段压力容器应力分布测试；
- 4、双臂弯曲、纯扭及不同比例弯扭组合实验。





### 事故案例

2023年4月28日，哈尔滨松北区一小区楼栋因业主私自拆改房屋承重墙，导致楼体出现裂缝，同楼栋住户被要求紧急疏散撤离。承重墙的缺失或破坏，导致了上层建筑应力状态的巨大改变，根据已有知识，请分析其破坏原因。

